

ЗАДАНИЕ 1

В шесть часов утра в воскресенье гусеница начала вползать на дерево. В течение дня (до 18 часов) она вползала на высоту 5м, а в течение ночи спускалась на 2м. В какой день и час она вползет на высоту 9м?

ЗАДАНИЕ 2

На балу присутствовали 42 особы. Дама A_1 танцевала с 7 кавалерами, дама A_2 – с 8 кавалерами, ..., дама A_n – со всеми кавалерами. Сколько дам и кавалеров было на балу?

ЗАДАНИЕ 3

Доказать неравенство $\sqrt{\frac{a^2}{b}} + \sqrt{\frac{b^2}{a}} \geq \sqrt{a} + \sqrt{b}$, $a > 0, b > 0$.

ЗАДАНИЕ 4

Доказать, что для сторон треугольника верно неравенство

$$\frac{a}{b+c} + \frac{b}{c+a} + \frac{c}{a+b} < 2.$$

ЗАДАНИЕ 5

Найти последние две цифры числа 7^{999} ?

ЗАДАНИЕ 6

Вычислить $\left(\begin{matrix} i & 1 & 0 & -1 \\ -1 & -i & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1+i & 2 \\ -i & 0 & 0 & -i \end{matrix} \right)^{2010}$, где i – мнимая единица.

ЗАДАНИЕ 7

Найти предел $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{2} \cdot \sqrt[4]{2} \cdot \sqrt[8]{2} \cdot \dots \cdot \sqrt[2n]{2})$

ЗАДАНИЕ 8

Найти предел $\lim_{x \rightarrow 1} \operatorname{tg} \left(\arccos x + \sin \frac{x-1}{x+1} \cdot \cos \frac{x+1}{x-1} \right)$.

ЗАДАНИЕ 9

Найти производную функции $y = (\sin 3x)^{\ln \sin 3x}$.

ЗАДАНИЕ 10

Вычислить интеграл $\int_1^2 \frac{4\sqrt{2-x} - \sqrt{3x-2}}{(\sqrt{3x-2} + 4\sqrt{2-x}) \cdot (3x-2)^2} dx$.

ЗАДАНИЕ 11

Задано трехзначное число. Записав цифры этого числа в обратном порядке и отняв полученное число от исходного, получим 198. Если переставить в заданном числе две последние цифры и отнять полученное число от исходного, то получим 27. Найти данное число, если сумма его цифр равна 14.

ЗАДАНИЕ 12

Брат говорит сестре: «Если к твоим деньгам добавить половину моих, то мы сможем купить две плитки шоколада». «Ну, а если к твоим деньгам прибавить половину моих?» – спросила сестра. «Тогда у нас будет денег только на одну плитку шоколада», – ответил брат. Сколько денег было у брата?

ЗАДАНИЕ 13

Если между цифрами некоторого двухзначного числа вписать это же число, то полученное четырехзначное число будет больше первоначального в 77 раз. Найдите это число.

ЗАДАНИЕ 14

Перед соревнованиями по плаванию каждого из четырех участников *А*, *Б*, *В* и *Г* спросили, на какое место он рассчитывает. *А* сказал: «Я буду первым», *Б* сказал: «Я не буду последним», *В* сказал: «Я не буду ни первым, ни последним» и *Г* сказал: «Я буду последним». После заплыва оказалось, что только один из них ошибочно предсказал результат. Кто из пловцов ошибся?

ЗАДАНИЕ 15

Четверо друзей купили вместе лодку. Первый внес половину суммы, внесенной остальными; второй – треть суммы, внесенной остальными; третий – четверть суммы, внесенной остальными, а четвертый внес 130 у.е. Сколько стоит лодка и сколько внес каждый из них?